J Jpn Ind Manage Assoc 59, 222-230, 2008

*Original*

# Propensity to Stock in a Production-Sales Model Covering " Make-to-Order " and " Make-to-Stock "

Toshitake KOHMURA,[1] Kazunobu FUKUSHIMA[1] and Masamitsu KIUCHI[1]

Abstract

A production-sales model is proposed for a model group company consisting of a manufacturing plant and a retail store. The present model covers the Make-to-Order and Make-to-Stock models. The customer demand for a product during a unit period fluctuates by a probability distribution. The retail store maintains some inventory storage in order to prepare for sales. If the inventory storage is insufficient, the retail store requests the manufacturing plant to supply additional volume, and the store may lose some profit because of a deficient yield in the number of customers willing to wait for the supply. The Make-to-Order model is based on a high customer yield and the Make-to-Stock model is based on a low inventory storage fee. The production sales profit of the model group company is formulated in terms of the following parameters: inventory storage fee and customer yield percentage. By maximizing the production sales profit, the problem of finding the amount of inventry storage yielding the most profit is solved. An index of "Propensity to Stock" is defined in the present production sales model. For a product with a positive propensity to stock, inventory storage of the product is favored to make the production-sales more profitable. On the other hand, for a product with a negative propensity to stock, production on demand for the product is favored. Thus, the propensity to stock for a particular product indicates whether a Production-Sales model, Make-to-Order model or Make-to-Stock model is the most profitable.

Key words: Make-to-Order, Make-to-Stock, Propensity to Stock

[1] Josai University
Received: May 7, 2007
Accepted: March 21, 2008

論　文

# Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型を包含する生産販売方式における製品の在庫性向

香村俊武[1], 福島和伸[1], 木内正光[1]

Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型の二方式を包含する範囲内の生産販売方式を簡潔な数理モデルとして表し，在庫費用と顧客の歩留り率の二定量をパラメータとして，製品の生産販売利益を定式化する．生産販売利益を最大にする在庫量を求め，最大生産販売利益を得る．製品を生産販売する際に要するその他の費用をこのモデルに取り入れて，パラメータの数を増し，モデルをより一般化しても，二定量をパラメータとして用いて得た生産販売利益の表式と多くの場合に数学的に同形になり，パラメータの数値を修正するだけの扱いで済むことを示す．この生産販売方式のモデルから,「在庫性向」を定義する．在庫性向が正である商品については在庫販売方式にすると利益が上がり，在庫性向が負である商品については在庫せずに，受注生産販売方式にすると利益が上がる．つまり，在庫性向は，その値により，商品を生産販売する方式として Make-to-Stock 型と Make-to-Order 型の二方式のうちのいずれが適しているかを判別する．また、一種類の商品についてなした最適在庫量の議論を複数の種類の商品を在庫し販売する場合の在庫量問題に適用して，最適な在庫方式を導く．

キーワード： Make-to-Order, Make-to-Stock, 在庫性向

## 1. はじめに

企業が製品を生産し販売するときの生産販売方式を類別化するとき，通常，Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型の二つの方式に大別するが，実際の企業の生産販売方式はこの二つの方式を両極とする中間的な方式であると考えられる〔1〕．Make-to-Order 型の方式は顧客の歩留り率が高いことに依存し，また，Make-to-Stock 型の方式は在庫費用が安いことに依存する．このため，Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型の二つの生産販売方式を一つの数式で簡潔に表現するためには，在庫費用と顧客の歩留り率の二定量をパラメータとして導入することが本質的であり，欠かすことができない．この観点から，前論文において〔2〕，在庫費用比と顧客の歩留り率の二定量をパラメータとして用い，商品として製品の単位期間における需要が確率分布をすることを前提にして〔3〕，Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型の二方式を包含する範囲内の生産販売方式を簡潔な数理モデルにして，商品の生産販売利益を表す式を設定した．実際に，在庫費用比と顧客の歩留り率の二定量をパラメータとして用いる生産販売方式の数理モデルは Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型の両生産販売方式やこの両極の方式を包含する範囲内の生産販売方式の特徴をよく表現する．この生産販売利益の表式を用いて，販売店において商品をいくら在庫すれば生産販売利益を最大にすることができるかという最適在庫量問題を解いた．

本論文においても，前論文と同じく生産工場と販売店から成る企業グループの生産販売方式の最適化問題を扱い，以下のようにモデルを拡張する．すなわち，販売店は単位期間ごとに前期間の売れ残り分と生産工場からの新規の入荷分の商品を計 $I$ 単位だけ準備在庫して販売する．販売準備するために商品を在庫する場合の単位商品あたりの在庫費用は $c_1$ であり，次期間に販売するために売れ残り商品を在庫する場合の単位商品あたりの在庫費用は $c_2$ である．単位期間中の商品の需要量 $d$ は確率分布し，その確率分布関数を $f(d)$ とする．需要量 $d$ が在庫量 $I$ を上回って、在庫量が不足する単位期間には，販売店は生産工場に商品の不足分を追加補充生産するように要請する．追加補充する商品については，生産費用が $s$ だけ余分にかかり，追加補充する間顧客が商品を購入する意志を持続する歩留り率は $y$ である〔6〕．販売店は顧客の歩留り分だけ商品を追加補充する．本論文においては，以上四種類の費用等 $c_1, c_2, s$ と $y$ を扱い，生産販売利益を定式化する〔7〕．

本論文では第一の目的として，上記のように前論文に比べてモデルを拡張し，より多くのパラメータを導入しても，パラメータをまとめることができ，その結果としてモデルの本質的な定量の個数は増えず，その数値が変わるだけで，生産販売利益の表式が前論文で得た表式と数学的に同形な式になることを示す．このように，前論文で導いた在庫費用と顧客の歩留り率を

[1] 城西大学
受付：2007年5月7日，再受付（1回）
受理：2008年3月21日

パラメータとする生産販売利益の表式は大変に一般的で，かつ，有用であることを議論する．第二の目的として，この生産販売方式のモデルから販売店における商品の「在庫性向」を定義する．そして，「在庫性向」の特性を解明し，実用上の用例を示す．最終の第4章において本論文における議論の要約を述べる．

## 2. 在庫性向

単位商品あたりの販売利益 (＝販売価格 − 生産費) を $m$ とする．

また，この販売店の顧客数は $N$ 人であり，各顧客は単位期間にこの商品を最大1単位購入し，各顧客が単位期間に商品を購入する確率を $p$, 購入しない確率を $q$, すなわち，$p+q=1$ であるとする．単位期間における需要量 $d$ は二項確率分布をして，その確率分布関数

$$f(d) = {}_N C_d p^d q^{N-d} \tag{1}$$

になる〔8〕,〔9〕．ただし，${}_N C_d$ は組み合せ数である．二項分布は

$$\sum_{d=0}^{N} f(d) = 1, \tag{2}$$

$$\sum_{d=0}^{N} df(d) = pN \tag{3}$$

を満たす．需要量 $d <$ 在庫量 $I$ である単位期間については，在庫が充分であるため，商品の販売量は需要量 $d$ に等しいが，$d > I$ である期間には，在庫量 $I$ が需要量 $d$ に不足するので，販売店は不足分 $d-I$ のうちの顧客の歩留り分を生産工場に追加補充生産することを依頼する．その間の顧客の歩留り率は $y$ である．以上により，単位期間の商品の販売量 $S$ は需要量 $d$ の関数になり，

$$S(d) = \begin{cases} d, & d < I, \\ I + (d-I)y, & d > I \end{cases} \tag{4}$$

である．販売量が $S(d)$ である確率が $f(d)$ であるため，単位期間における生産販売利益の期待値

$$\begin{aligned} P(I) &= \sum_{d=0}^{I-1} \{mS(d) - c_2(I-d)\} f(d) \\ &\quad + \sum_{d=I}^{N} \{mS(d) - s(d-I)y\} f(d) - c_1 I \\ &= \sum_{d=0}^{I-1} \{md - c_2(I-d)\} f(d) \\ &\quad + \sum_{d=I}^{N} \{mI + (m-s)(d-I)y\} f(d) \\ &\quad - c_1 I \\ &= (m+c_2) \sum_{d=0}^{I-1} df(d) \\ &\quad + \sum_{d=I}^{N} \{(m+c_2)I + (m-s)(d-I)y\} f(d) \\ &\quad - (c_1+c_2) I \\ &= (m+c_2) \sum_{d=0}^{N} df(d) \\ &\quad - \{m + c_2 - (m-s)y\} \sum_{d=I}^{N} (d-I) f(d) \\ &\quad - (c_1+c_2) I \\ &= (m+c_2)[pN \\ &\quad - \{1 - \frac{(m-s)y}{m+c_2}\} \sum_{d=I}^{N} (d-I) f(d) \\ &\quad - \frac{(c_1+c_2)I}{m+c_2}] \end{aligned} \tag{5}$$

になる．

以上において，四定量 $c_1$, $c_2$, $y$ と $s$ をパラメータとして扱って上式を得た．上式は，文字の置き換え

$$M = m + c_2, \tag{6}$$

$$Y = \frac{(m-s)y}{m+c_2}, \tag{7}$$

$$C = c_1 + c_2 \tag{8}$$

をすると，

$$\begin{aligned} P(I) &= M\{pN - (1-Y) \sum_{d=I}^{N} (d-I) f(d) \\ &\quad - \frac{CI}{M}\} \end{aligned} \tag{9}$$

になる．

前論文においては，販売店が単位期間に販売準備のために在庫する商品の在庫費用 $c_1$ と商品が不足し追加補充生産する場合の顧客の歩留り率 $y$ の二定量をパラメータとして導入して，生産販売利益を定式化した．すなわち，生産販売利益を表す (5) 式において $c_2 = 0$, かつ，$s = 0$ として得られる式

$$\begin{aligned} P(I) &= m\{pN - (1-y) \sum_{d=I}^{N} (d-I) f(d) \\ &\quad - \frac{c_1 I}{m}\} \end{aligned} \tag{10}$$

を得た．この式は (9) 式に以下の文字の置き換えをすると得られる：

$$M = m, \tag{11}$$
$$Y = y, \tag{12}$$
$$C = c_1. \tag{13}$$

以上のように，企業グループの生産販売方式を表すために，パラメータを二定量 $c_1$ と $y$ から四定量 $c_1, c_2$, $y$ と $s$ に増やしても，パラメータが係数 $M, Y$ と $C$ にまとまって，生産販売利益の表式は在庫量 $I$ の関数として同形の式 (9) になり，係数の数値が変わるだけである．いずれの場合にも，(9) 式により，生産販売利益を最大にする在庫量や最大生産販売利益を求めることができる．このように，生産販売利益の表式 (9) は，前論文で議論したことをすべて再現しており，また，本論文におけるようにパラメータの数を増した場合の議論に用いることもできる．このため，本論文の以下の議論においては，生産販売利益の表式として (9) 式を用いることにする．同式に現れる数量 $M, C$ と $Y$ を，それぞれ拡張した意味の単位商品あたりの販売利益, 在庫費用と顧客の歩留り率と呼ぶことにする．

(9) 式において和 $\sum_{d=I}^{N} f(d)$ と $\sum_{d=I}^{N} df(d)$ の値は，在庫量 $I$ が小さい領域，$I << pN$ でほぼ一定であり，在庫量 $I = 0$ における値,

$$\sum_{d=0}^{N} f(d) = 1, \tag{14}$$
$$\sum_{d=0}^{N} df(d) = pN \tag{15}$$

にほぼ等しく，これらの値で近似できる．このため，(9) 式を線形近似した式〔10〕

$$P(I) = pMYN + M(1 - \frac{C}{M} - Y)I \tag{16}$$

が在庫量 $I << pN$ である広い領域において大変良い近似で成り立つ．この線形近似式は，在庫量 $I$ を 0 から増すときに，生産販売利益 $P(I)$ が在庫量 $I = 0$ における値 $P(0) = pMYN$ から変化する様子を示しており，在庫量 $I$ について一次項の係数 $M(1 - \frac{C}{M} - Y) > 0$ である場合には在庫量 $I$ を増すとともに生産販売利益 $P(I)$ が増大し，係数 $M(1 - \frac{C}{M} - Y) < 0$ である場合には在庫量 $I$ を増すとともに生産販売利益 $P(I)$ が減少することを示している．このため，この係数を

$$T = M(1 - \frac{C}{M} - Y) \tag{17}$$

と表して，係数 $T$ を「在庫性向」と称する[1]．つまり，在庫性向 $T$ が正であるか負であるかにより，その商品が在庫販売型と受注生産販売型のいずれの生産販売方式に適するかを判別する．図 1 において，横軸に在庫費用比 $\frac{C}{M}$ を，そして，縦軸に顧客の歩留り率 $Y$ をとり，商品の在庫性向 $T$ を等高線で示した．在庫性向 $T = 0$ の等高線は二点 (C/M=1, Y=0) と (C/M=0, Y=1) を通る対角線になる．後述するように，この線を境界にして，この図の右上側では Make-to-Order 型の方式が生産販売利益を大きくし，左下側では Make-to-Stock 型の方式が生産販売利益を大きくする．また，次節において，在庫販売の特性が典型的な三種類の商品 A (C/M=0.1 Y=0.8), B (C/M=0.1 Y=0.1) と C (C/M=0.8 Y=0.1) を扱う．図 1 に，それらの商品が占める位置を図示した．

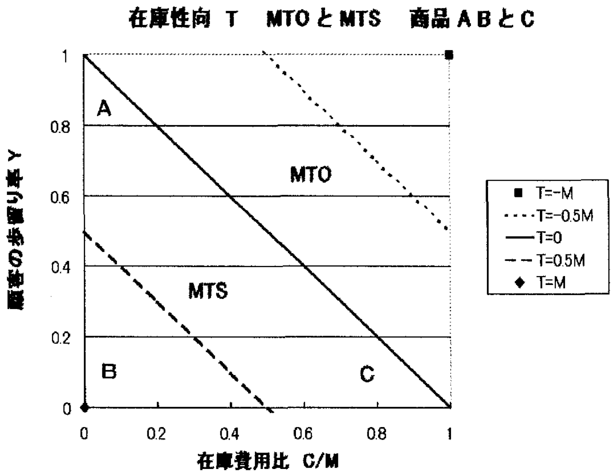


**図 1**　在庫性向 $T$ を等高線で示す．また，図中に，MTO ($T < 0$) と MTS ($T > 0$) に相当する領域，および，商品 A (C/M=0.1 Y=0.8), B (C/M=0.1 Y=0.1) と C (C/M=0.8 Y=0.1) に対応する位置を示す．

在庫性向 $T$ が因子 $1 - \frac{C}{M} - Y$ により表されることは以下のようにして理解できる．すなわち，$1 -$ 在庫費用比 $= 1 - \frac{C}{M}$ を商品の在庫許容度と呼ぶことにして，商品の生産販売利益を大きくするためには，在

[1] (16) 式における在庫量 $I$ の一次項の係数 $T$ は，在庫量 $I = 0$ の近傍において，在庫量 $I$ を 1 単位増加するときの生産販売利益 $P(I)$ の増分になる．$T$ は，たとえば，消費性向の式 (消費) = (基礎消費) + MPC × (所得) における限界消費性向 MPC に対応する量であり，$T$ は限界生産販売性向と称することもできる．しかし，以下の理由により，$T$ は在庫性向と称する方がより妥当である．(1) 生産販売活動において在庫量 $I = 0$ であるのは限界的な状況ではなく，むしろ望ましい状況である．(2) (16) 式を拡張し，生産販売利益 $P(I)$ を在庫量 $I$ の 2 次関数にして，$P(I) = pMYN + TI - \frac{1}{2}kI^2$ と表すと，生産販売利益 $P(I)$ を最大にする最適在庫量は $I = \frac{T}{k}$ になり，最適在庫量が $I > 0$ から $I = 0$ になる臨界条件が $T = 0$ であり，$T$ は商品を在庫しておく必要度を表している．

庫許容度 $1-\frac{C}{M}$ と顧客の歩留り率 $Y$ がともに大きいことが望ましいが，その両方の条件を満たすことが期待できない商品について考えると，顧客の歩留り率 $Y$ が在庫許容度 $1-\frac{C}{M}$ よりも大である，すなわち，$1-\frac{C}{M}-Y<0$ である商品についいは，Make-to-Order 型の生産販売方式にするのが有効であり，また一方，在庫許容度 $1-\frac{C}{M}$ が顧客の歩留り率 $Y$ よりも大である，すなわち，$1-\frac{C}{M}-Y>0$ である商品については，Make-to-Stock 型の生産販売方式にするのが有効である．以上が在庫性向の正負が，Make-to-Order 型の方式と Make-to-Stock 型の方式のいずれの生産販売方式が生産販売利益を大きくするかを判別できる理由である．

生産販売利益の期待値 $P(I)$ を最大にする在庫量 $I$ を求めるために，単位期間に商品を販売準備するための在庫量を $I-1$ から $I$ へ増すときの生産販売利益の増加量を計算すると，

$$\begin{aligned}\Delta P(I) &= P(I)-P(I-1)\\ &= M\{(1-Y)\sum_{d=I}^{N} f(d)-\frac{C}{M}\} \qquad (18)\end{aligned}$$

になる．

1) 在庫性向 $T=M(1-\frac{C}{M}-Y)>0$ である場合

この場合には，$\frac{C}{M}<1-Y$ であり，また，(18) 式において和 $\sum_{d=I}^{N} f(d)$ は在庫量 $I$ を 0 から $N$ にまで増すとき 1 から 0 にまで減少する減少関数であるため，単位期間において販売準備するための在庫量を $I-1$ から $I$ へ増すときの生産販売利益の増加量 $\Delta P(I)=0$ になる在庫量 $I=I_0$ が存在して，$I>I_0$ では $\Delta P(I)<0$ であり，生産販売利益 $P(I)$ は在庫量 $I$ の減少関数になり，また，$I<I_0$ では $\Delta P(I)>0$ であり，生産販売利益 $P(I)$ は在庫量 $I$ の増加関数になる．すなわち，生産販売利益 $P(I)$ は在庫量 $I=I_0$ で最大になる．生産販売利益 $P(I)$ が最大になるときの在庫量 $I=I_0$ は次式を満たす：

$$\begin{aligned}\Delta P(I_0)/M &= (1-Y)\sum_{d=I_0}^{N} f(d)-\frac{C}{M}\\ &= 0. \qquad (19)\end{aligned}$$

したがって，最大生産販売利益は

$$P(I_0)=M\{pN-(1-Y)\sum_{d=I_0}^{N} df(d)\} \qquad (20)$$

である．以上により，在庫性向 $T=M(1-\frac{C}{M}-Y)>0$ である場合には，生産販売利益 $P(I)$ は，在庫量 $I$ を 0 から増すとともに大きくなり，在庫量 $I=I_0>0$ において最大になる．最適在庫量 $I_0$ は (18) 式により定まる．特に，在庫費用比 $\frac{C}{M}=0$ である場合には，最適在庫量 $I_0$ は需要量 $d$ の最大値 $N$ である，すなわち，$I_0=N$ であり，これは典型的な Make-to-Stock 型の生産販売方式に相当する．

2) 在庫性向 $T=M(1-\frac{C}{M}-Y)<0$ である場合

この場合には，$\frac{C}{M}>1-Y$ であり，在庫量 $I$ の値に依らずに $\Delta P(I)<0$ であり，生産販売利益 $P(I)$ は，在庫量 $I$ を 0 から増すとともに減少するため，在庫量 $I=I_0=0$ であるときに最大になる．したがって，最大生産販売利益は

$$\begin{aligned}P(I_0=0) &= MY\sum_{d=0}^{N} df(d)\\ &= pMYN \qquad (21)\end{aligned}$$

である．以上のように，在庫性向 $T=M(1-\frac{C}{M}-Y)<0$ である場合には，生産販売利益 $P(I)$ は，在庫量 $I=I_0=0$ であるときに最大であり，在庫量 $I$ を 0 から増すとともに減少する．これは Make-to-Order 型の生産販売方式に相当する．

## 3. 最適在庫量

本節において，生産販売利益 $P(I)$ を最大にする最適在庫量 $I_0$ を求める問題を具体的に解く．特に，複数の種類の商品を在庫して販売する場合の最適な在庫方式を探る．単位期間における需要量 $d$ は前節に示したように二項確率分布をし，顧客の人数 $N=100$ とする．

図 2 に，各顧客が単位期間に商品を買う確率 $p=0.5$ であり，買わない確率 $q=0.5$ である場合について，在庫量 $I$ の関数として生産販売利益 $P(I)$ を図示する．図では，1) 典型的な Make-to-Order 型の生産販売方式である $\frac{C}{M}=0.5, Y=1$ である場合と，2) 典型的な Make-to-Stock 型の生産販売方式である $\frac{C}{M}=0$, $Y=0.5$ である場合の生産販売利益 $P(I)$ を図示する．1) の場合には，在庫性向 $T=-0.5M<0$ であり，在庫量 $I=I_0=0$ であるときに生産販売利益 $P(I)$ が最大値 $P(I_0=0)=pMN=50M$ になり，在庫量 $I$ を増すとともに生産販売利益は減少する．(9) 式から明らかなように，一般的に，顧客の歩留り率 $Y=1$ である場合には生産販売利益 $P(I)$ は在庫量 $I$ の単純な一次関数式 (16) になる．2) の場合には，在庫性向 $T=0.5M>0$ であり，生産販売利益 $P(I)$ は，在庫量 $I$ を 0 から増すととも

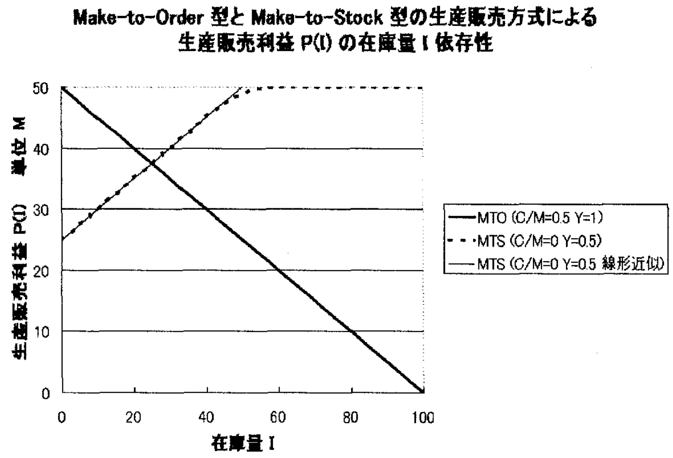


**図 2** 典型的な Make-to-Order 型 ($C/M$=0.5 $Y$=1) と Make-to-Stock 型 ($C/M$=0 $Y$=0.5) の生産販売方式による生産販売利益 $P(I)$ の在庫量 $I$ 依存性．MTS の生産販売利益 $P(I)$ の線形近似式の値も示す．

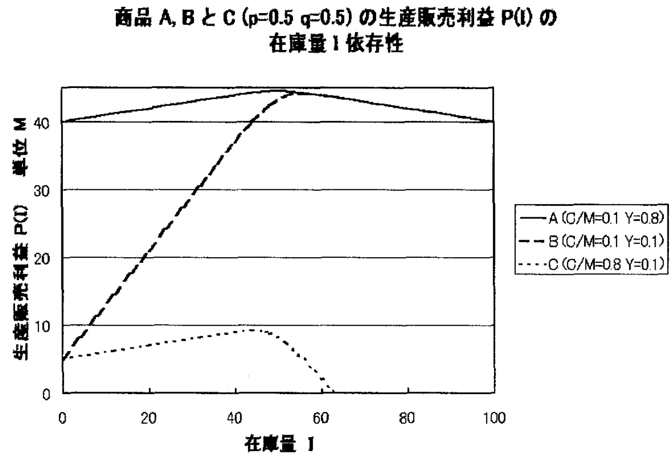


**図 3** 各顧客が商品を買う確率 $p$=0.5 であり，買わない確率 $q$=0.5 である商品 A ($C/M$=0.1 $Y$=0.8), B ($C/M$=0.1 $Y$=0.1) と C ($C/M$=0.8 $Y$=0.1) の生産販売利益 $P(I)$ の在庫量 $I$ 依存性．

に増加して，在庫量 $I = I_0 = N = 100$ で最大値 $P(I_0 = N) = pMN = 50M$ になる．1) 典型的な Make-to-Order 型と 2) 典型的な Make-to-Stock 型の二つの場合にはともに，最大生産販売利益 $P(I_0) = pMN = 50M$ になる．図 2 には，2) の場合について，生産販売利益 $P(I)$ を在庫量 $I$ の関数として線形近似した (16) 式の値も示した．線形近似式が在庫量 $I < pN = 50$ の広い領域でよく生産販売利益 $P(I)$ の正確な値を再現することが分かる．

以下では，在庫性向 $T = M(1 - \frac{C}{M} - Y) > 0$ であるため生産販売利益 $P(I)$ を大きくするには在庫をする必要がある特徴的な三種類の商品について生産販売利益 $P(I)$ を示す．すなわち，商品 A：在庫費用比が $\frac{C}{M} = 0.1$ であり小さく，顧客の歩留り率が $Y = 0.8$ であり高い商品．商品 B：在庫費用比が $\frac{C}{M} = 0.1$ であり小さく，顧客の歩留り率が $Y = 0.1$ であり低い商品．商品 C：在庫費用比が $\frac{C}{M} = 0.8$ であり大きく，顧客の歩留り率が $Y = 0.1$ であり低い商品．以上の三商品について，図 3 に各顧客が単位期間に商品を買う確率 $p = 0.5$ であり，買わない確率 $q = 0.5$ である場合と図 4 に各顧客が単位期間に商品を買う確率 $p = 0.2$ であり，買わない確率 $q = 0.8$ である場合の二つの場合について生産販売利益 $P(I)$ をそれぞれ在庫量 $I$ の関数として図示した．

在庫費用比 $\frac{C}{M}$ と顧客の歩留り率 $Y$ がともに良好な商品 A の場合には，在庫性向 $T = 0.1M$ と小さく，在庫量 $I < pN$ である広い領域でも生産販売利益 $P(I)$ はそれなりに大きい．すなわち，生産販売利益はそれほど在庫量に依存しない．それに比べて，在庫費用比は良好であるが，顧客の歩留り率が劣る商品 B の場合には，在庫性向 $T = 0.8M$ と大きく，在庫量 $I$ が小さい領域では生産販売利益 $P(I)$ が小さく，在庫量 $I$ を増して最適量 $I = pN$ 程度にしてはじめて生産販売利益が大きくなる．また，在庫費用比と顧客の歩留り率がともに劣る商品 C の場合には，在庫性向 $T = 0.1M$ と小さく，在庫量 $I$ について広い範囲で生産販売利益 $P(I)$ は大きく変化せず，その値も大きくない．商品 C の場合には，在庫量 $I$ を大きくすると生産販売利益が負になる．商品 A, B と C のいずれについても，各顧客が商品を買う確率 $p = 0.5$ である場合 (図 3) には生産販売利益 $P(I)$ は在庫量 $I = pN = 50$ の近辺で最大になり，各顧客が商品を買う確率 $p = 0.2$ である場合 (図 4) には生産販売利益 $P(I)$ は在庫量 $I = pN = 20$ の近辺で最大になる．

販売店が，複数の種類の商品を同時に在庫し販売する場合には，前節の処方によりそれぞれの商品について最適な在庫量を求めてその在庫量分だけを在庫し販売すれば，全商品について生産販売利益を最大にすることができる．しかし，全商品について最適な在庫量を在庫するのに充分な在庫のスペースがないと，すべての商品について生産販売利益を最大にすることができない．以下では，スペースが限られていて複数の種類の商品について最適な在庫量を確保できない場合に，複数の種類の商品をどのように在庫すると全生産販売利益を最大にすることができるかという問題を扱う．特に，二種類の商品を在庫して販売するときの最適在庫量問題を解く．三種類以上の商品を在庫して販売する場合の最適な在庫方式を探る場合にも以下における

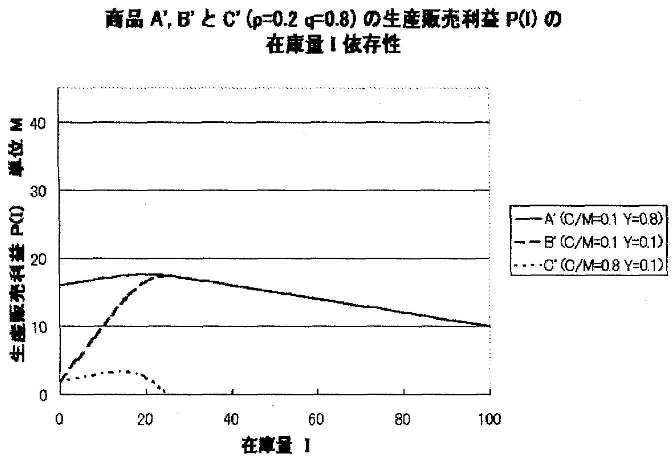


**図 4** 各顧客が商品を買う確率 $p$=0.2 であり，買わない確率 $q$=0.8 である商品 A’ ($C/M$=0.1 $Y$=0.8), B’ ($C/M$=0.1 $Y$=0.1) と C’ ($C/M$=0.8 $Y$=0.1) の生産販売利益 $P(I)$ の在庫量 $I$ 依存性．

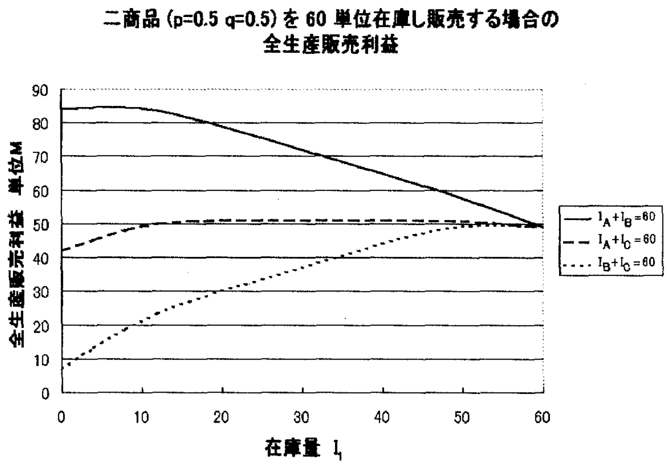


**図 5** 二商品 ($p$=0.5 $q$=0.5) を計 60 単位在庫し販売する場合の全生産販売利益．二商品の在庫量 $I_1$ と $I_2$ の和 $I_1 + I_2 = 60$ について，在庫量 $I_1$ を横軸にする．

二種類の商品の最適在庫量問題の解析の結果が参考になる．

複数の種類の商品を在庫し販売する問題を扱うために次のような六種類の商品を考える．すなわち，上述の三種類の商品 A, B と C を，それぞれ，各顧客が単位期間に買う確率 $p = 0.5$ であり，買わない確率 $q = 0.5$ であるとして，これらの商品を，そのまま，商品 A, B と C と表し，また同様に，各顧客が単位期間に買う確率 $p = 0.2$ であり，買わない確率 $q = 0.8$ である三種類の商品も考えて，これらの商品を商品 A’, B’ と C’ と表して，合計六種類の商品を扱う．

以下の具体的な計算では以上の六種類の商品について，単位商品あたりの販売利益 $M$ は互いに等しく，また，在庫する際に占めるスペースも互いに等しいとする．単位商品あたりの販売利益 $M$ が互いに異なっている場合でもそれらの値が既知であれば，それを考慮して，以下の処方に従って問題を解くことができる．

上述の六種類の商品 A, B, C, A', B' と C' のうちの二種類の商品を在庫するスペースが 60 単位分と 40 単位分に限られている二つの場合について全生産販売利益を最大にする最適在庫量の問題を解く．図 5 と 6 では，商品 A, B と C のうちの二種類の商品を，60 単位分の在庫スペースと 40 単位分の在庫スペースにそれぞれ在庫する場合を扱う．商品 A, B と C の在庫量をそれぞれ $I_A$, $I_B$ $I_C$ とする．図 5 と 6 には，それぞれ，二種類の商品 A と B, A と C, また，B と C を組み合わせて在庫し販売する場合の生産販売利益/単位商品の販売利益 (=販売価格－生産費) を示す．図 5 では二種類の商品の在庫量の和が 60 単位である場合，

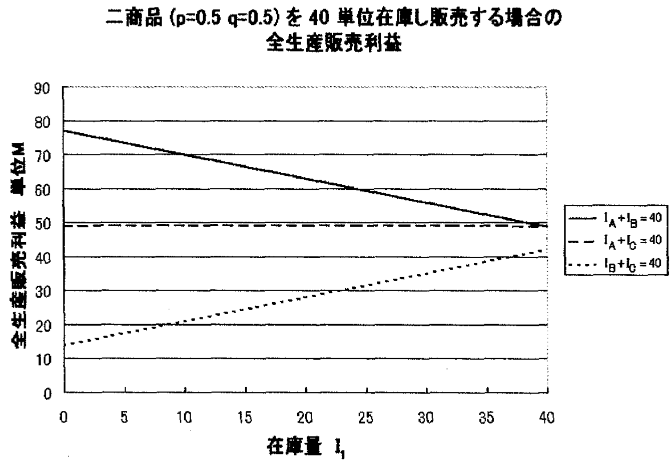


**図 6** 二商品 ($p$=0.5 $q$=0.5) を計 40 単位在庫し販売する場合の全生産販売利益．二商品の在庫量 $I_1$ と $I_2$ の和 $I_1 + I_2 = 40$ について，在庫量 $I_1$ を横軸にする．

すなわち，商品 A と B を $I_A + I_B = 60$ 単位在庫する場合，商品 A と C を $I_A + I_C = 60$ 単位在庫する場合， 商品 B と C を $I_B + I_C = 60$ 単位在庫する場合の結果を，また，同様に，図 6 では二種類の商品の在庫量の和が 40 単位である場合の結果を示す．それぞれの図において二種類の商品 A と B などの組み合わせを表す表示において初めに示す商品の在庫量を横軸 $I_1$ にする．

図 3 で見たように商品 A と C の生産販売利益 $P(I)$ は在庫量 $I$ にそれほど依存しないが，商品 B の生産販売利益は在庫量が $I = pN$ の近傍にあるときに値が大きくなる．そのために，商品 B あるいは B' を含む二種類の商品の組み合わせを在庫する場合には特に商品 B と B' については最適在庫量だけ在庫する条件を

できる限り満たすように在庫し販売すると二種類の商品の生産販売利益の和が大きくなる．

以上の理由により，商品 A, B と C のうちの二種類の商品を計 60 単位在庫し販売する場合の生産販売利益の和を示す図 5 において，商品 A と B の組み合わせの場合には，B の在庫量 $I_{\mathrm{B}} = 50$, すなわち，商品 A の在庫量 $I_1 = I_{\mathrm{A}} = 10$ の近傍で生産販売利益の和が大きくなる．また，商品 B と C の組み合わせの場合にも，商品 B の在庫量 $I_1 = I_{\mathrm{B}} = 50$，すなわち，商品 C の在庫量 $I_{\mathrm{C}} = 10$ の近傍で生産販売利益の和が大きくなる．しかし，商品 A と C の組み合わせの場合には，商品 A の在庫量が $10 < I_1 = I_{\mathrm{A}} < 50$, すなわち，商品 C の在庫量が $50 > I_{\mathrm{C}} > 10$ の範囲内で，生産販売利益の和は商品 A と C の在庫量 $I_{\mathrm{A}}$ と $I_{\mathrm{C}}$ に依存せず，ほとんど一定になり，最適在庫量を詳細に決めることができない．

同様に，商品 A, B と C のうちの二種類の商品を計 40 単位在庫し販売する場合の全生産販売利益を示す図 6 において，商品 A と B を 40 単位組み合わせて在庫販売する場合には，商品 B の在庫量を最大にして，$I_{\mathrm{B}} = 40$，すなわち，商品 A の在庫量 $I_1 = I_{\mathrm{A}} = 0$ であるときに全生産販売利益が大きくなる．また，商品 B と C の組み合わせの場合にも，商品 B の在庫量を最大にして，$I_1 = I_{\mathrm{B}} = 40$，すなわち，商品 C の在庫量 $I_{\mathrm{C}} = 0$ であるとき全生産販売利益が大きくなる．しかし，商品 A と C の組み合わせの場合には，商品 A の在庫量が $0 < I_1 = I_{\mathrm{A}} < 40$，すなわち，商品 C の在庫量が $40 > I_{\mathrm{C}} > 0$ の範囲内で全生産販売利益は商品 A と C の在庫量 $I_{\mathrm{A}}$ と $I_{\mathrm{C}}$ に依存せず，ほとんど一定になり，最適在庫量を詳細に決めることができない．

次に，商品 A と B’，および，B と A’ の組み合わせで二種類の商品を計 60 単位および計 40 単位在庫し販売する場合の全生産販売利益を図 7 と 8 に示す．図 7 では計 60 単位を在庫し販売する場合の生産販売利益を示す．商品 A と B’ を組み合わせて計 60 単位在庫する場合には，商品 B’ の在庫量を B' の生産販売利益が最大になる在庫量 $I_{\mathrm{B'}} = 20$ にして，商品 A の在庫量 $I_1 = I_{\mathrm{A}} = 40$ にするときに全生産販売利益が最大になる．同様に，商品 B と A’ を組み合わせて在庫する場合には，商品 B の在庫量を B の生産販売利益を最大にする在庫量 $I_1 = I_{\mathrm{B}} = 50$ にして，商品 A’ の在庫量 $I_{\mathrm{A'}} = 10$ にするときに全生産販売利益が最大になる．また、図 8 では計 40 単位を在庫し販売する場合の生産販売利益を示す．商品 A と B’ を組み合わせて計 40 単位在庫する場合には，商品 B’ の在庫量を B' の生産販売利益が最大になる在庫量 $I_{\mathrm{B'}} = 20$ にし，商品 A の在庫量 $I_1 = I_{\mathrm{A}} = 20$ にするとき全生産販売利益が最大になる．同様に，商品 B と A’ を組み合わせて在庫する場合には，商品 B の在庫量を最大限に $I_1 = I_{\mathrm{B}} = 40$ にして，商品 A' の在庫量を $I_{\mathrm{A'}} = 0$ にするときに生産販売利益が最大になる．

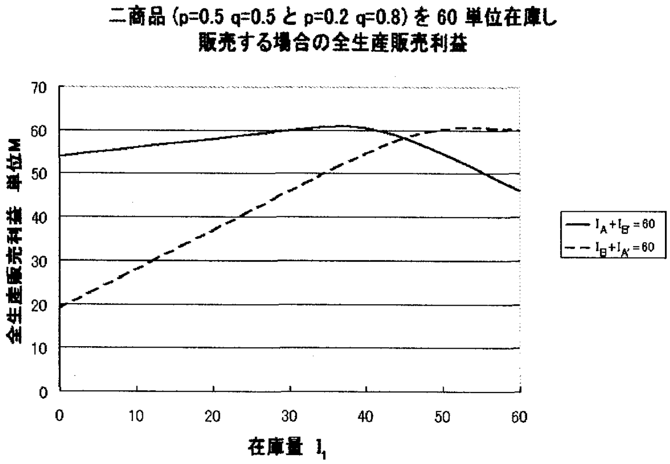


**図 7** 二商品 ($p$=0.5 $q$=0.5 と $p$=0.2 $q$=0.8) を計 60 単位在庫し販売する場合の全生産販売利益．二商品の在庫量 $I_1$ と $I_{2'}$ の和 $I_1 + I_{2'} = 60$ について，在庫量 $I_1$ を横軸にする．

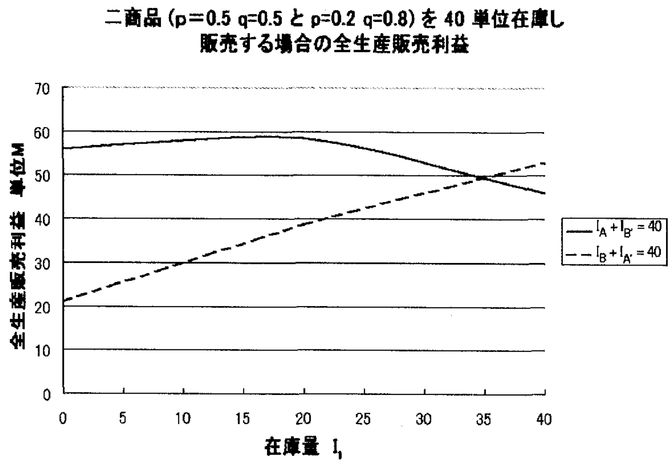


**図 8** 二商品 ($p$=0.5 $q$=0.5 と $p$=0.2 $q$=0.8) を計 40 単位在庫し販売する場合の全生産販売利益．二商品の在庫量 $I_1$ と $I_{2'}$ の和 $I_1 + I_{2'} = 40$ について，在庫量 $I_1$ を横軸にする．

## 4. ま と め

前論文において，販売店が商品を在庫し販売するための在庫費用と在庫量が不足して追加補充生産する際の顧客の歩留り率の二定量をパラメータとして生産販

売利益を定式化した．本論文においては，売れ残った商品を次期間に販売するために保管するときの在庫費用と在庫が不足する場合に商品を追加補充生産する際に余計に必要になる生産費用の二定量を新たに考慮して計四定量をパラメータにして生産販売利益を定式化した．その結果、このいずれの場合にも，生産販売利益の表式は，パラメータが拡張した意味の単位商品あたりの販売利益 $M$，在庫費用 $C$ と顧客の歩留り率 $Y$ の三つにまとまり，(9) 式になることを導いた．生産販売利益には，本論文で考慮しなかったそれ以外の費用も寄与する．たとえば，1) 売れ残って在庫しておいた商品が，陳腐化したり，消費期限が過ぎたため売れなくなったりするためのコストや 2) 在庫量が不足した場合に商品を追加補充生産する間顧客に追加補充生産を待ってもらうために販売価格を値下げしたりあるいは追加料金を請求したりするコストなどがあるが，1) のコストは商品が売れ残ったときに次期間に販売するために在庫しておく在庫費用 $c_2$ に，そして，2) のコストは追加補充生産する際に余計に必要になる生産費用 $s$ に取り込むことができる．したがって，これらのコストを考慮しても，生産販売利益は (5) 式で表され，パラメータをまとめると (9) 式になり，本論文の議論がそのまま応用できる．以上のように，本論文において，生産販売利益を定式化して，生産販売利益を最大にするために最適な商品の在庫量を求めた．

また, 本論文において, この生産販売方式のモデルから販売店における商品の「在庫性向」を定義した．在庫性向 $T$ の値が，商品を販売する際の在庫の必要度を表す．商品の在庫特性を示す図 1 において，顧客の歩留り率 $Y=1$ の線上にある場合が典型的な Make-to-Order 型の生産販売方式に相当し，また，在庫費用比 $\frac{C}{M}=0$ の線上にある場合が典型的な Make-to-Stock 型の生産販売方式に相当する．多くの場合は，この二つの典型的な生産販売方式の中間的な生産販売方式になると考えられる．しかし，在庫性向 $T$ を適用すると，在庫性向 $T<0$ である商品については, 高い顧客の歩留りに期待して，在庫することなく受注型の生産販売をする Make-to-Order 型の生産販売方式が生産販売利益を最大にし，また一方，在庫性向 $T>0$ である商品については最適量だけ在庫する在庫型の生産販売をする Make-to-Stock 型生産販売方式が生産販売利益を最大にするという生産販売方式の特性が見える．つまり，図上で Make-to-Order 型生産販売方式の領域と Make-to-Stock 型生産販売方式の領域は 境界線 $T=0$ でもって接している，すなわち，両生産販売方式の中間的な領域はないということになる．この結果は，実際に現実の生産企業が「自社は Make-to-Order 型生産販売方式か Make-to-Stock 型生産販売方式のいずれかに属しているという認識をもっており，両方式の中間に属していると認識していない」と表明する事実を説明できる．

一種類の商品についての最適在庫量の議論を拡張して，二種類の商品を組み合わせて在庫し販売する場合の最適な在庫方式を求めた．この結果を三種類以上の商品を在庫し販売する場合に応用することができる．すなわち，三種類以上の商品を在庫し販売する場合にも，二種類の場合と同様に，それらの商品のうちの在庫性向 $T=M(1-\frac{C}{M}-Y)$ が最も大きい商品から順に優先的にその商品の生産販売利益を最大にする最適在庫量だけ在庫してゆく方法により在庫し販売すると．全生産販売利益が最大になる．

本研究は文部科学省科学研究費補助金 (No. 17330089) による研究の一環として行われた．共同研究者である大島卓教授と張紀潯教授から得た意見交換を感謝する．

## 参 考 文 献

〔1〕 Krajewski, L. J. and Ritzman, L. P. : Operations Management, Strategy and Analysis, Fifth Edition, Addison Wesley (1998)

〔2〕 香村俊武，福島和伸，木内正光，“利益最大化のための生産販売方式の研究 — Make-to-Order 方式か Make-to-Stock 方式か —”，日本経営工学会論文誌，Vol. 58, No. 3, pp.173-181 (2007)

〔3〕 Make-to-Order 型と Make-to-Stock 型の二方式を包含する生産販売方式の最適化について，従来は通常，待ち行列を用いて議論している〔4〕,〔5〕．

〔4〕 松井正之，朱　江，“SCM のトヨタ対デル型連鎖と全体最適化について”，平成 14 年度　日本経営工学会　春季研究大会予稿集, pp. 10-11 (2002)

〔5〕 廣田知之，太田　宏，“M/M/1 待ち行列モデルに基づく過渡状態における MTO 対 MTS 最適生産-在庫政策”，日本経営工学会論文誌，Vol. 54, No. 1, pp. 46-52 (2003)

〔6〕 聶　炎, 増井忠幸, 後藤正幸, “サプライヤーと小売店の総合協力モデルに関する研究”, 平成 16 年度 日本経営工学会　秋季研究大会予稿集, pp.162-163 (2004)

〔7〕 文献〔5〕は，本論文で扱う四種類の費用等のうちの $c_2$ と $s$ に相当する二種類の費用だけを扱っている．

〔8〕 宮川公男：「基本統計学」，有斐閣 (1991)

〔9〕 木下宗七編：「入門統計学」，有斐閣 (1996)

〔10〕 藤田　宏，今野礼二：「基礎解析 II」, 岩波講座 応用数学　14，岩波書店 (1995)